

京都大学若手人材海外派遣事業 ジョン万プログラム  
研究者派遣プログラム

成果報告書

提出日：平成 30 年 02 月 27 日

【基本情報】

○申請者

採 択 年 度：平成 27 年度  
部 局 名 等：数理解析研究所  
職 名：准教授  
氏 名：荒川 知幸  
研究課題名：W代数の表現論とその応用

○渡航先

国 名：米国  
研究機関名：MIT  
研究室名等：[研究室名] 数学教室  
[職名等・氏名] Victor Kac 教授  
渡 航 期 間：平成 28 年 02 月 01 日～平成 30 年 01 月 31 日（730 日）

○渡航期間中の出張

出 張 先：ICMS（エジンバラ）  
目 的：Representation theory and symplectic singularities での講演及び情報交換  
期 間：2016 4/2-4/9

出 張 先：ザグレブ大（クロアチア）、Scuola Normale Superiore（イタリア）  
目 的：談話会講演及び Adamovic 教授と研究打ち合わせ、Nilpotent Orbits and Representation Theory での講演及び情報交換  
期 間：2016 5/28-6/18

出 張 先：CIRM（マルセイユ）  
目 的：Research program “Associated varieties of affine vertex algebras and class S theory” に出席、研究討論  
期 間：2016 7/29-8/13

出 張 先：東京女子大、Institute of Mathematics, Academia Sinica（台湾）  
目 的：山内 博准教授と研究打ち合わせ、Conference in Finite Groups and Vertex Algebras に出席、講演および研究討論  
期 間：2016 8/17-8/28

出 張 先：ポワティエ大学（フランス）  
目 的：談話会講演および Anne Moreau 准教授と研究打ち合わせ  
期 間：2016 10/29-11/5

出 張 先：シドニー大学、メルボルン大学、Australian National University  
目 的：談話会講演：Alexander Molev 教授と研究打ち合わせ、Workshop 2016 W-algebras

京都大学若手人材海外派遣事業 ジョン万プログラム  
研究者派遣プログラム

の開催準備, オーストラリア数学会年会に出席、基調講演  
期 間: 2016 11/19-12/10.

出 張 先: Perimeter Institute for Theoretical Physics (カナダ)  
目 的: Exact operator algebras in superconformal field theories に出席、講演  
期 間: 2016 12/13-18

出 張 先: ESI, リール大学, ダルムシュタット大学  
目 的: Geometry and Representation Theory に組織委員として出席、情報収集、Geometric  
Algebrique での講演、Conformal field Theory での講演および Prof. Jethro van Ekeren と研  
究打ち合わせ  
期 間: 2017 1/13-2/4

出 張 先: メルボルン大学  
目 的: 講演及び Ram 教授, Ridout 講師と研究打ち合わせ  
期 間: 2017 4/22-30

出 張 先: Universite de Reims, Campus "Moulin de la Housse" (フランス)  
目 的: Representation Theory at the Crossroads of Modern Mathematics に出席. 情報  
交換  
期 間: 2017 5/27-6/4

出 張 先: InterUniversity Centre (クロアチア), laboratory Paul Painlevé (Université  
Lille I) (フランス)  
目 的: Representation Theory XV に出席、講演および情報交, Anne Moreau 教授と研究打  
ち合わせ  
期 間: 2017 6/15-7/1

出 張 先: Weizmann Institute of Science, University of Haifa (イスラエル)  
目 的: Algebraic Modes of Representations: The Canicular Days に出席、講演および情  
報交換, Algebraic Modes of Representations and Nilpotent Orbits: The Canicular Days. に  
出席、情報交換  
期 間: 2017 7/14-30

出 張 先: 山形大学  
目 的: 日本数学会秋季総合分科会に出席、受賞講演および情報交換  
期 間: 2017 9/9-15

出 張 先: Istituto Nazionale di Alta Matematica (イタリア)  
目 的: Affine, Vertex and W-algebras に出席、講演および情報収集  
期 間: 2017 12/9-16

## 京都大学若手人材海外派遣事業 ジョン万プログラム 研究者派遣プログラム

### [成果]

#### ○プロジェクトの成果及び今後の展開

##### ・研究概要

申請者は数学領域の表現論及び頂点代数の理論、特にアフィンリー環及びW代数の表現論を専門としている。アフィンリー環及びW代数は、量子群、モジュラー形式、モジュラー表現論、幾何学的Langlands対応などの数学分野のみならず可積分系、弦理論や4次元のゲージ理論などの物理学とも密接に関係する興味深い対象である。今回のジョン万プログラムではアフィンリー環及びW代数の研究を加速させる事が最たる目的であったが、その目的を概ね達成することができた。滞在中は多くの国際共同研究を行い、複数の共著論文を出版した(下記参照)。特に当該分野において長年の課題であった、W代数のコセット構成法の証明がT. Creutzig氏とA. Linshaw氏との共同研究により遂に解決できたことは最大の成果の一つであると言える(arXiv:1801.03822 [math. QA])。受入研究者のKac教授とは共同研究こそ行わなかったものの、多岐にわたって意見を交わし研究を進める上で多大な参考になった。また滞在中、数学者だけではなく物理学者とも研究交流を行い、研究上のアイデアを複数得ることができた。その一部は成果として既に達成済みである。これらの業績により、申請者は2017年度日本数学会秋期賞を受賞し、2018年度の国際数学会議の招待講演者に選出された。

##### ・国際共同研究の立上げ・ネットワークの構築

滞在中、MITに来訪する多くの数学者及び物理学者と意見を交わし、知見を高めた。受入研究者のKac教授達と共に、The Erwin Schrodinger Institute (ウイーン)で国際研究集会「ESI conference on Geometry and Representation Theory」を開催し、多くの一流の研究者を講演者として招いた。またメルボルン大学で開催された「Workshop on W-algebras」にmentorとして招かれ、多くの若手数学者と交流した。この他に多くの研究集会に参加し、複数の国際共同研究のプロジェクトを立ち上げた。その一部は既に論文として既に成果を提出済みである(下記参照)。またハーバード大学の若手物理学者たちと研究交流を行った。さらにカナダのPerimeter理論物理学研究所に招待され一流の物理学者と研究交流を行った。これらの物理学者たちとの研究交流により、4次元の超共型場理論と頂点代数の関係の研究という、新たな研究上のテーマを得ることができた。

##### ・国際共著論文の投稿・発表等の状況、国際学会等での発表状況 [予定を含む]

国際共著論文(査読付き)

1. (with W. Wang) Modular affine vertex algebras and baby Wakimoto modules, Proc. Symp. Pure Math., Volume: 92 (2016), 14-29.
2. (with A. Molev) Explicit generators in rectangular affine W-algebras of type A, Lett. Math. Phys. 107(1), 47-59, 2017.
3. (with V. Futorny, L.-E. Ramirez) Weight representations of admissible affine vertex algebras, Comm. Math. Phys. 353 (2017), no. 3, 1151-1178.
4. (with C. Jiang) Coset Vertex Operator Algebras and W-Algebras, in Special issue on Representation Theory in Sci. Schina. Math.
5. (with T. Creutzig and A. Linshaw) Cosets of Bershadsky-Polyakov algebras and rational W-algebras of type A, Sel. Math. New Ser, October 2017, Volume 23, Issue 4, pp 2369-2395.
6. (with T. Creutzig, K. Kawasetsu and A. Linshaw) Orbifolds and cosets of minimal W-algebras, Comm. Math. Phys., October 2017, Volume 355, Issue 1, pp 339-372.

京都大学若手人材海外派遣事業 ジョン万プログラム  
研究者派遣プログラム

7. (with A. Moreau) Sheets and associated varieties of affine vertex algebras, *Adv. Math*, Volume 320, 7 November 2017, Pages 157-209.
8. (with A. Premet) Quantizing Mishchenko–Fomenko subalgebras for centralizers via affine  $W$ -algebras, *Trans. Moscow Math. Soc.* 2017, 217–234.
9. (with A. Moreau) On the irreducibility of associated varieties of  $W$ -algebras, *J. Alg.* 500, 15 April 2018, Pages 542–568.

国際共著論文(投稿中)

1. (with J. van Ekeren) Modularity of relatively rational vertex algebras and fusion rules of regular affine  $W$ -algebras, arXiv:1612.09100[math.RT].
2. (with C.-H. Lam and H. Yamada) Parafermion vertex operator algebras and  $W$ -algebras, arXiv:1701.06229 [math.RT].
3. (with T. Creutzig and A. Linshaw)  $W$ -algebras as coset vertex algebras, arXiv:1801.03822 [math.QA].
4. (with A. Moreau) Arc spaces and chiral symplectic cores, arXiv:1802.06533 [math.RT].

国際学会等での発表

1. Associated varieties of vertex algebras, MIT Infinite Dimensional Algebra Seminar, 2016年2月5日.
2. Deligne exceptional series, Feigin–Frenkel conjecture, and  $W$ -algebras, Boston University Geometry and Physics Seminar, 2016年3月16日.
3. Deligne exceptional series, Feigin–Frenkel conjecture, and  $W$ -algebras, Representation theory and symplectic singularities in honour of Sasha Premets 60th birthday, ICMS, University of Edinburgh, 2016年4月4日.
4. Pentagonal number theorem and representation theory, Colloquium, University of Virginia, 2016年4月21日.
5. Vertex algebras and symplectic varieties, CMSA Special Mathematical Physics Seminar, Harvard University, 2016年5月13日.
6. The Adamović–Milas conjecture and application, Colloquium, University of Zagreb, Croatia 2016年6月1日.
7. Equivariant affine  $W$ -algebras, Nilpotent Orbits and Representation Theory, Centro di Ricerca Matematica Ennio De Giorgi (CRM), 2016年6月16日.
8. On the 2d TQFT associated with vertex algebras, Conference in Finite Groups and Vertex Algebras dedicated to Robert L. Griess on the occasion of his 71st birthday, 2016年8月26日.
9. On the 2dTQFT associated with vertex algebras, MIT Infinite Dimensional Algebra Seminar 2016年9月9日.
10. Vertex algebras and symplectic varieties, Colloquium, University of Texas at Arlington 2016年9月30日.
11. Vertex algebras and symplectic varieties, Colloquium, the University of Poitiers, France, 2016年11月2日.
12. Moore–Tachikawa conjecture and chiral algebras of class  $S$ , Sydney–UNSW Joint Colloquium, 2016年11月25日.

**京都大学若手人材海外派遣事業 ジョン万プログラム  
研究者派遣プログラム**

13. Moore–Tachikawa conjecture and chiral algebras of class S, plenary talk, 60th Annual Meeting of the Australian Mathematical Society, 2016年12月5日.
14. Associated varieties of vertex algebras, Exact operator algebras in superconformal field theories, Perimeter Institute for Theoretical Physics, 2016年12月14日.
15. Construction of genus zero chiral algebras of class S, Exact operator algebras in superconformal field theories, Perimeter Institute for Theoretical Physics, 2016年12月14日.
16. Moore–Tachikawa conjecture and chiral algebras of class S, Seminaire Geometrie Algebrique, Laboratoire Paul Painleve, Universite de Lille, 2017年1月31日.
17. Moore–Tachikawa conjecture and chiral algebras of class S, 7th Seminar on Conformal Field Theory, Technische Universitat Darmstadt, 2017年2月3日.
18. GKO construction of minimal series W–algebras, MIT Infinite Dimensional Algebra Seminar 2017年2月17日.
19. Vertex operator algebras and symplectic varieties, Colloquium, UC Santa Cruz, USA 2017年3月7日.
20. Affine W–algebras, School Seminar, The University of Melbourne 2017年4月26日.
21. Moore–Tachikawa conjecture and vertex algebras, Representation Theory XV, **Dubrovnik, Croatia**, 2017年6月21日.
22. Joseph ideals and Higgs branches, Algebraic Modes of Representations The Canicular Days, Weizmann Institute of science, Israel, 2017年7月18日.
23. アフィン W 代数をめぐって 一表現論とヒッグス枝予想一, 平成 29 年度日本数学会秋季賞受賞講演, 山形大学, 2017年9月12日.
24. Vertex algebras and Higgs branche conjecture, MIT Infinite Dimensional Algebra Seminar 2017年9月22日.
25. Chiralization of Moore–Tachikawa conjecture, Representation Theory Seminar, UMassAmherst, 2017年9月25日.
26. Vertex Algebras and Symplectic Varieties, William J. Spencer Lectures, Kansas State Univesity, 2017年11月28日.
27. Higgs branch conjecture for Class S theories, Affine, Vertex and W–algebras, **Roma, Istituto Nazionale di Alta Matematica**, 2017年12月14日.

・在外研究経験によって習得した能力等

在外研究を通して物理学者を含めて海外の多くの研究者と研究を持つことができたのは非常に大切な財産である。MITは表現論関係では世界でも有数の研究機関であり、さまざまなレベルで非常に優秀な人材がそろっていた。そういった環境の中で大学院向けの講義を行ったり、いろいろなセミナーに出席しかつ周りの研究者と討論することで自身の研究に関して重要なアイデアを得ることができた。

・在外研究経験を活かした今後の展開

在外研究を通して海外の多くの研究者と研究を持つことができた。それぞれの国で文化が違い、交流により様々な角度から問題を見ることができた。今後はより一層の国際共同研究を行い、幅広い研究活動を行って行きたい。

京都大学若手人材海外派遣事業 ジョン万プログラム  
研究者派遣プログラム

英文成果報告書

○申請者情報

部 局 名 : Research Institute for Mathematical Sciences  
職 名 : Associate Professor  
氏 名 : Tomoyuki Arakawa  
研究課題名 : Representation theory of  $W$ -algebras and applications  
渡 航 期 間 : February 01, 2016–January 31, 2018

○渡航先情報

国 名 : United States of America  
研究機関名 : MIT  
研究室名等 : Department of Mathematics  
受入研究者名 : Victor Kac

○渡航報告

I visited Department of Mathematics, Massachusetts Institute of Technology (MIT) from February 1st 2016 to January 31 2018. MIT is a wonderful place to do research in Mathematics. The faculty consists of world class mathematicians, there are interesting seminar talks every day, and the postdocs and the students are also very strong. I think everyone agrees that in my area, representation theory, the faculty is the one of the best in the world. In particular, Professor Kac, my host, is like a god to me. So I was really looking forward to visiting there for two years.

Before my visit, I was asked by Professor Kac to give a graduate course for the first seminar of the Program. So on the next day I arrived at Cambridge, I started giving a graduate course at MIT on representation theory of  $W$ -algebras, which is the subject I have been working on. In Japan, a course usually means one 90 minutes lecture a week. However, in US a course means three hours lecture in total per week, and we meet twice or three times a week. Consequently we need to prepare more, but I found this way quite nice because I could talk much more details in my lectures.

Professor Kac organizes with Professor Etingof a wonderful seminar, called the infinite-dimensional algebra seminar on every Friday, where we listen to three hours talks by top researchers in the various topics of representation theory. There are many other seminars of the same level in other areas every day, and it is impossible to get bored in MIT if you are a mathematician. I myself was asked to give a talk each seminar by Professor Kac, so I gave four talks in total. This was a lot of pressure for me, but at the same time it motivated me very much. I thank Professor Kac very much for giving me these opportunities.

Just before I visited MIT, a new connection of my work with physics have started to be observed by physicists. Professor Rastelli at Stony Brook was one of the first people who have noticed this, and he contacted me in Kyoto. I was very excited by this new connection with physics. During

京都大学若手人材海外派遣事業 ジョン万プログラム  
研究者派遣プログラム

my stay in MIT, I was invited to give a talk by several young physicists at Harvard. Shu-Heng Shao was one of the young physicists I met there and I learned a lot from him. These physicists contacted me through Atsushi Kanagawa who was a postdoc at Harvard at that time and is now a Hakubi Professor in mathematics now. So I thank him a lot. This was one of the advantages to be in Cambridge/Boston, where several top universities exist. When I talked about this new connection to physics to Professor Kac, he was very interested as well. So we decided to invite Professor Rastelli and Shu-Heng Shao to the infinite-dimensional algebra seminar to give talks. Both talks were extremely interesting.

Later during my stay, I was invited to a conference at Perimeter Institute in Canada where I met more top level physicists which was very exiting. My coworkers, Andrew Linshaw and Thomas Creutzig were also there, and during our stay we found an idea to solve a long-standing conjecture on the coset construction of  $W$ -algebras, which we completed and submitted to a journal recently. I am quite happy about this joint work.

This is just one example of joint works I did during my stay. Throughout my stay at MIT I had much more chances to talk to researchers close to my fields than I had in Japan, and consequently my research went quite well throughout. I was able to publish eleven papers during my stay. I also received two very good news in the second year of my visit to MIT. One is from the organizers from 2018 International Congress of Mathematicians, saying that I was selected as an invited speaker. Another one is from Japan Mathematical Society, saying that I got the autumn prize. Without the John Mung program I don't think I have received such honors.

During my stay, people were always very surprised when I said that I was staying in MIT for two years, explaining that it was a kind of long sabbatical leave. They said I was lucky to have such a long sabbatical leave, and I agree with them. I thank Kyoto University very much for giving me this opportunity to stay at MIT for two years.